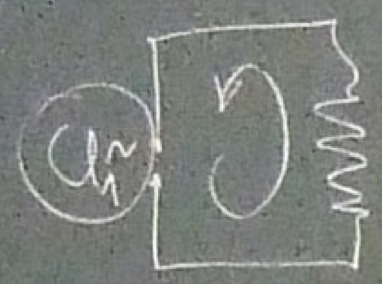
Nachtrag Selbstinduktion



$U_r = -U_{ind}$

Übersicht über Maxwellgleichungen

Elektrisches Feld: $\vec F = q \cdot \vec E$

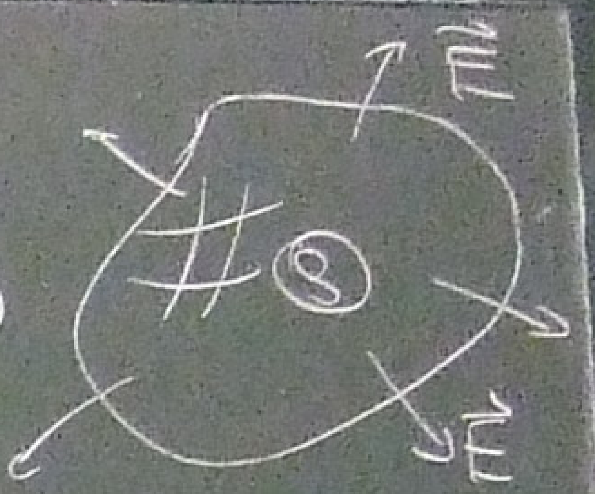
Magnetisches Feld: $\frac{\vec F}{\text{Länge}} = \vec I \times \vec B$

I. Flüsse durch geschlossene Fläche

① $\oiint_A \vec E \cdot d\vec A = \iiint_V \frac{\rho}{\varepsilon_0}\, dV$ $\quad \rho$: $\frac{\text{Ladung}}{\text{Volumen}}$

$\mathrm{div}\, \vec E = \rho / \varepsilon_0$

mit Materie: $\varepsilon_0 \to \varepsilon \varepsilon_0$ (näherungsweise)



② $\oiint_A \vec B\, d\vec A = 0$ oder $\mathrm{div}\, \vec B = 0$

Magnetfeld hat keine Quellen.

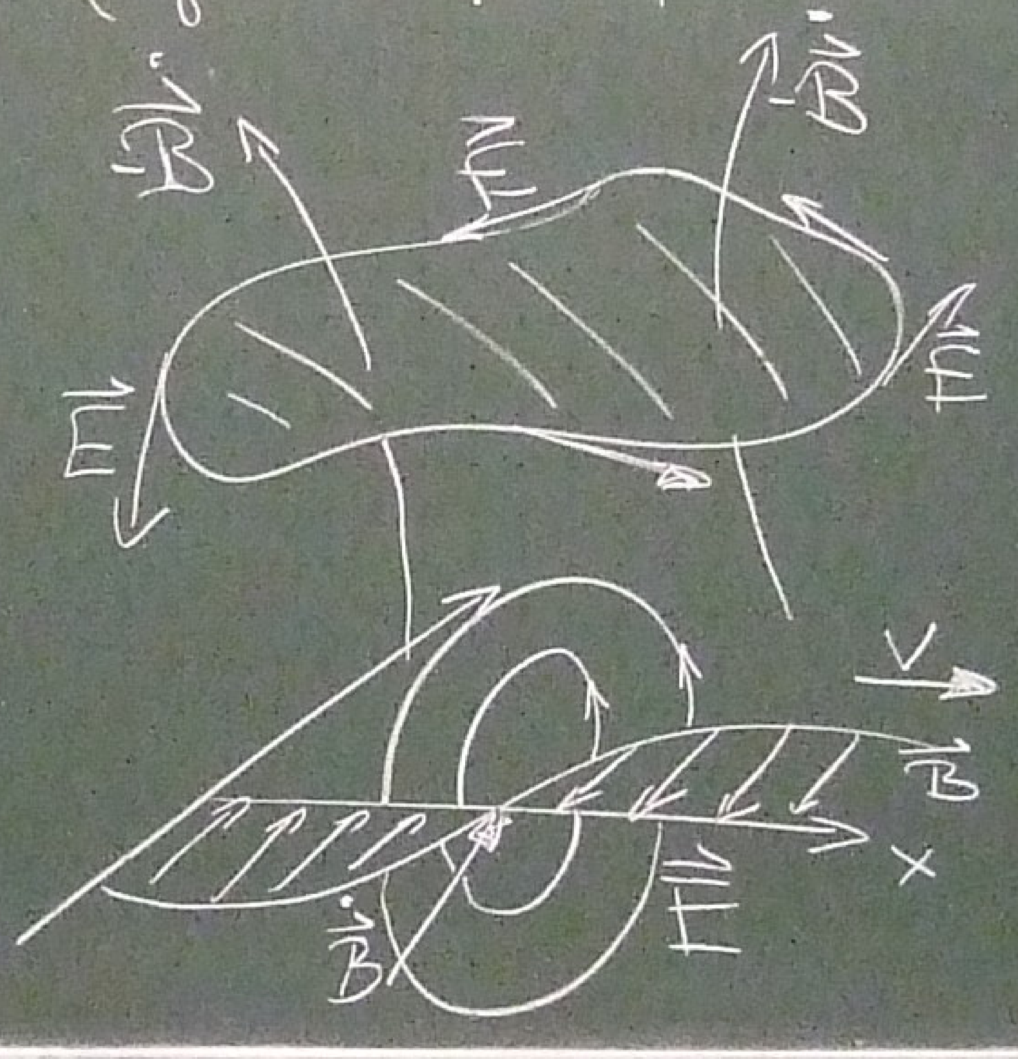
nicht verwechseln mit z.B. $U_{ind} = \frac{-d}{dt} \iint_A \vec B\, d\vec A$ mit A nicht geschlossene Fläche.

II Wirbel entlang offener Flächen

③ $\oint \vec E\, d\vec s = -\iint_A \frac{\partial \vec B}{\partial t} d\vec A$

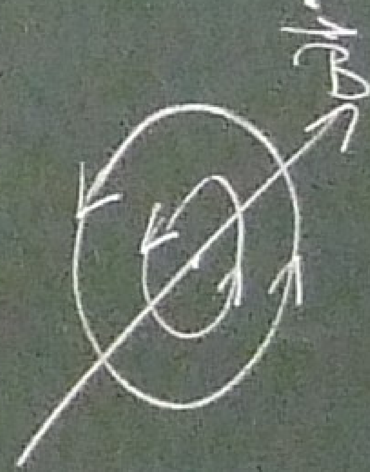
oder $\mathrm{rot}\, \vec E = -\frac{\partial \vec B}{\partial t}$

(gilt nur für ruhende Medien)

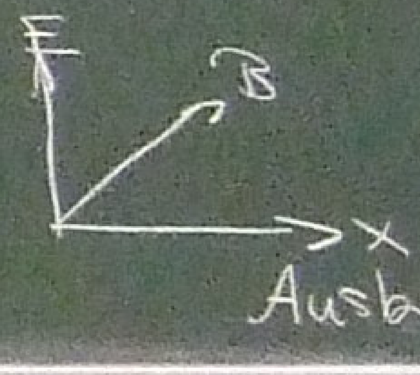


– Das elektrische Feld besitzt dort Wirbel, wo ein zeitlich änderndes Feld $\vec B$ vorhanden ist.

– Für bewegte Leiter:

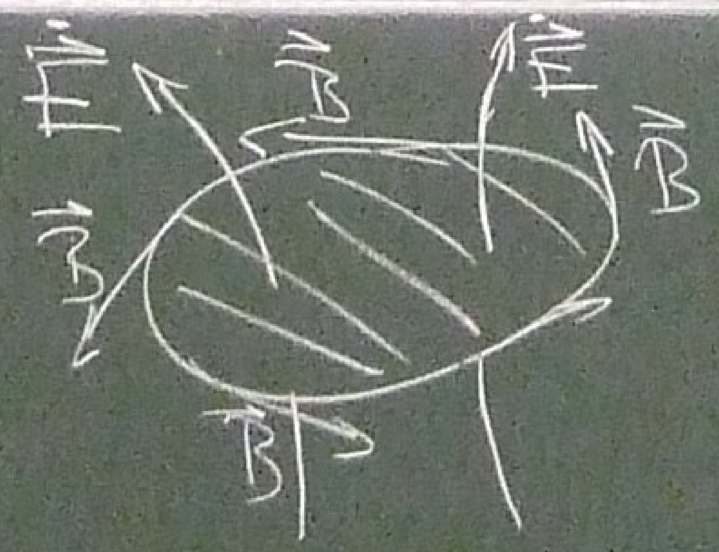


$\oint \vec E\, d\vec s = -\frac{d}{dt} \iint \vec B\, d\vec A$ (Induktionsgesetz)



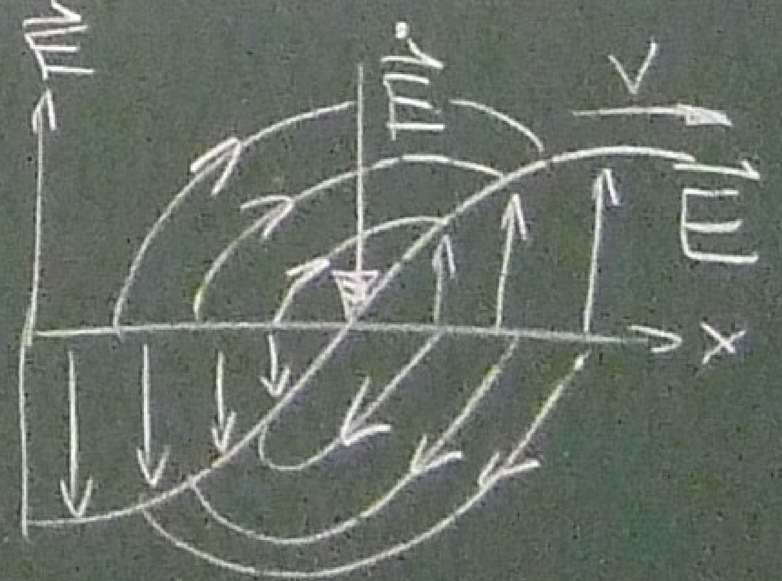
④ $\oint \vec B\, d\vec s = \iint \mu_0 \left(\vec j + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec E}{\partial t}\right) d\vec A$

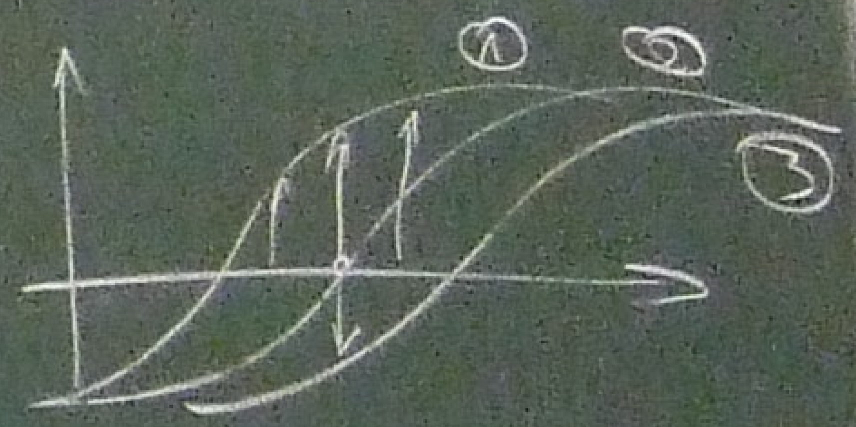
oder $\mathrm{rot}\, \vec B = \mu_0 \left(\vec j + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec E}{\partial t}\right)$



Das Magnetfeld besitzt dort Wirbel, wo die Stromdichte $\vec j$ oder die Änderung des $\vec E$-Feldes existiert.

Später:

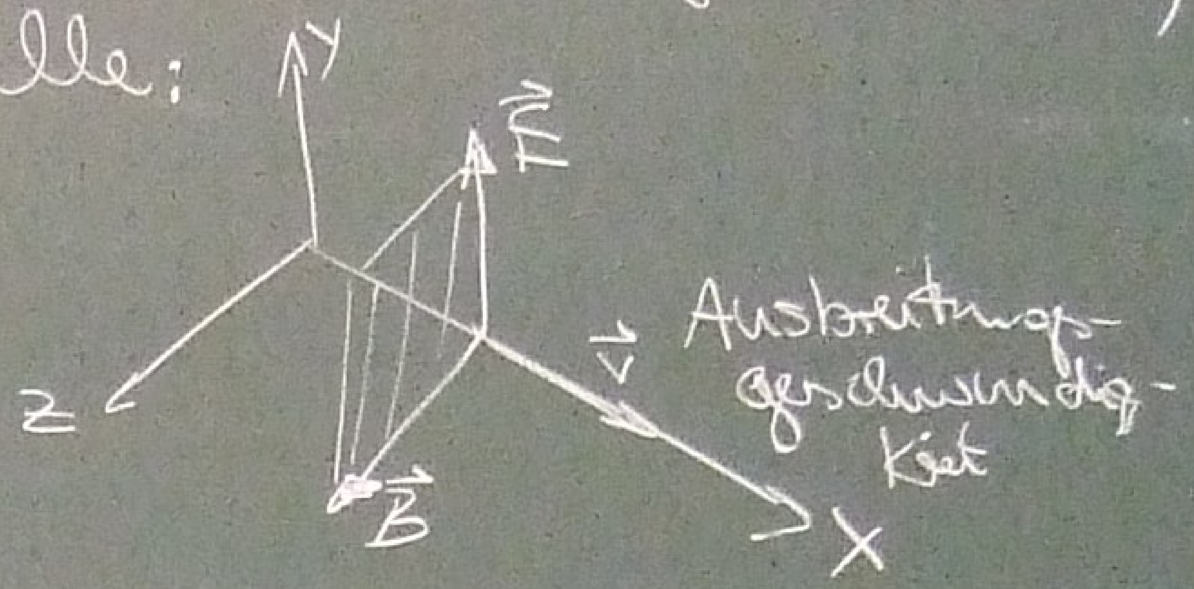




Elektromagnetische Wellen

Gibt es elektrische und magnetische Felder im materiefreien Raum ohne Ladungen und Ströme.

Ein elektromagnetisches Feld kann sich im leeren Raum „selbst erhalten". Nachdem es durch Ladungen und Ströme erzeugt wurde, kann es sich loslösen und frei im Raum existieren. Bei großen Entfernung von der Quelle (Wellenlänge << Abstand) ergibt sich eine ebene Welle:



$\vec{E} = (0, E_y, 0)$

$\vec{B} = (0, 0, B_z)$

und E_y, B_z hängen nur von x und t ab,

d.h. gleiche Werte auf der z-y Ebene.

① $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0; \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$ ✓

② $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0; \quad \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$ ✓

③ $\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}; \quad -\frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$

$\vec{\nabla} \times \begin{pmatrix} 0 \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (*) \quad \Big| \frac{\partial}{\partial x}$

④ $\mathrm{rot}\,\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$ wegen $\frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$

$\curvearrowright \; -\frac{\partial B_z}{\partial x} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (**) \quad \Big| \frac{\partial}{\partial t}$

(*) nach $\frac{\partial}{\partial x}$ ableiten: $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t}$

(**) nach $\frac{\partial}{\partial t}$ ableiten: $-\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$

$$(*)-(**) \longrightarrow \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

Diffgleichung für eine Welle, die sich mit Geschw. $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ ausbreitet

- Gilt nicht nur für E_y
- Gleiches auch für $\vec{B}$: (* nach $\partial/\partial t$ und ** nach $\partial/\partial x$) $\rightarrow$ $\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$

Konkret: harmonische Welle

$E_y(x,t) = E_0 \cos[k(x-ct)]$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ Wellenvektor

$f = \frac{\omega}{2\pi}$: Freq

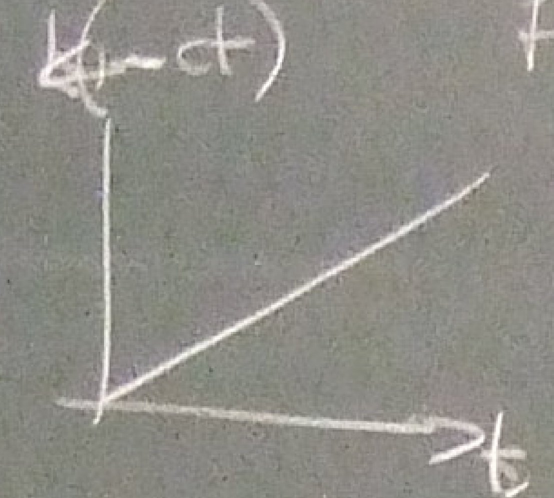
$f \cdot \lambda = c$

$\frac{\partial E}{\partial t} = kcE_0 \sin k(x-ct)$

$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -(kc)^2 E_0 \cos k(x-ct)$

$\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_0 \sin k(x-ct)$

$\partial^2 E/\partial x^2 = -k^2 E_0 \cos k(x-ct)$



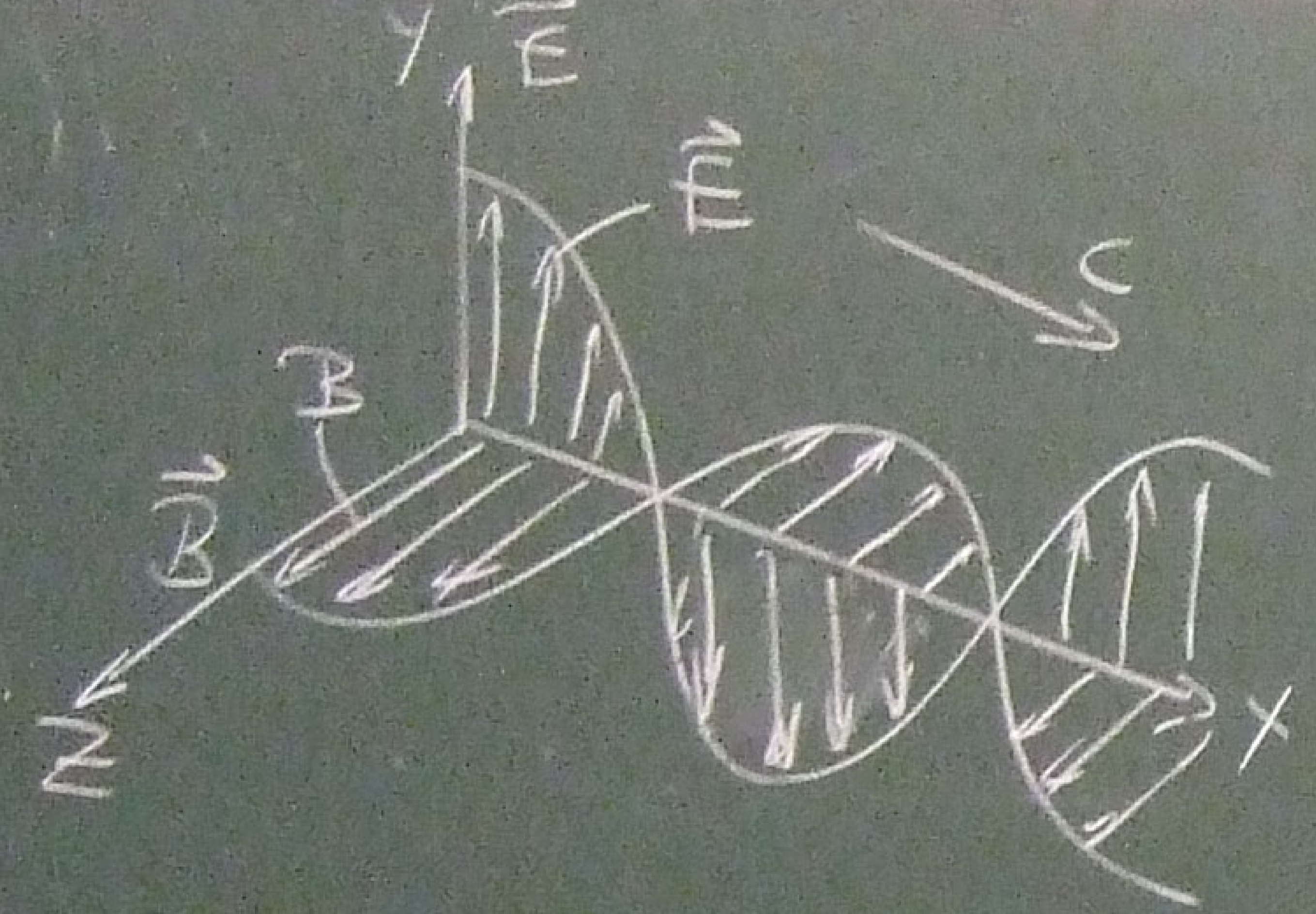
$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

$$-(kc)^2 E_0 \cos(\ ) = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}\left(-k^2 E_0 \cos(\ )\right)$$

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \rightsquigarrow c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

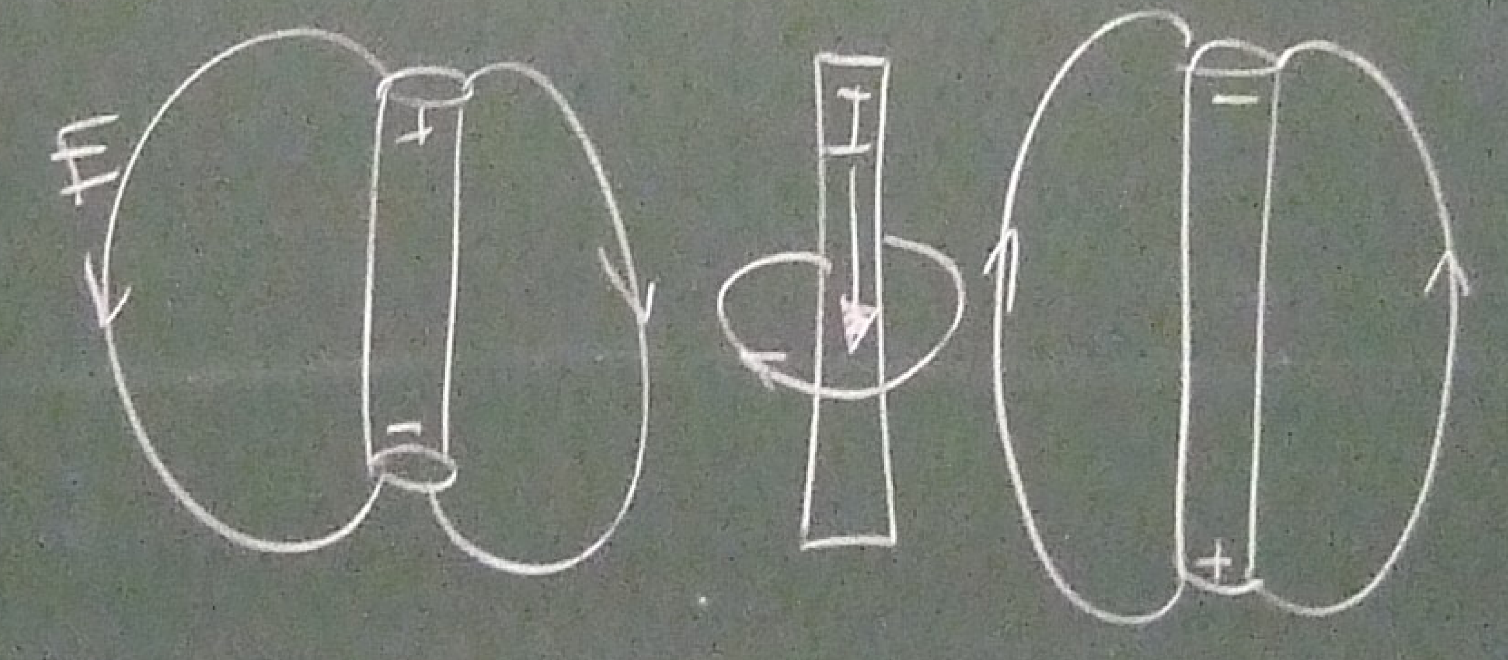
Wegen: $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$: $B_z = B_0 \cos k(x-ct)$

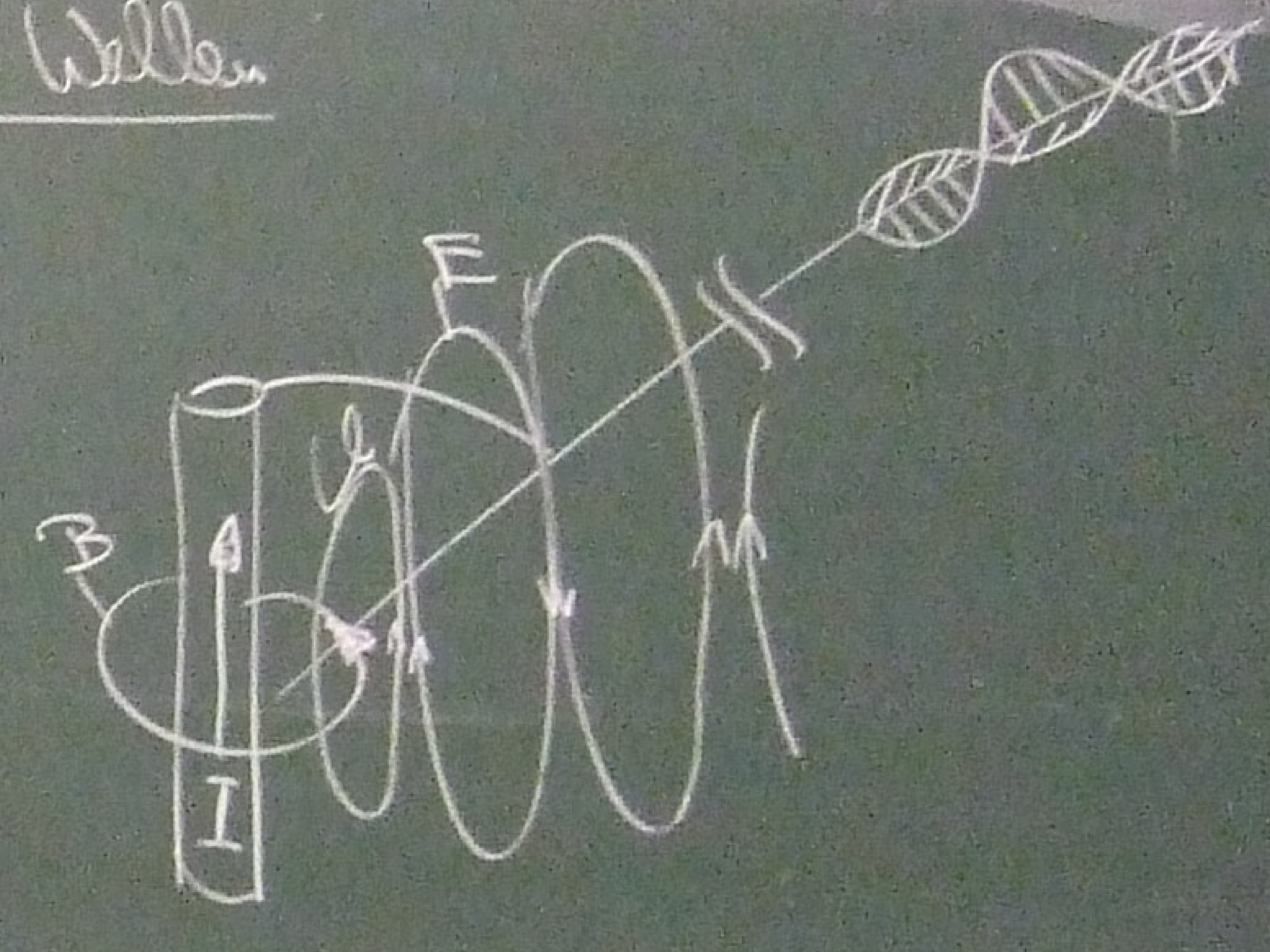
$-kE_0 \sin(\ ) = -kcB_0 \sin(\ ) \rightsquigarrow \boxed{E_y = c \cdot B_z}$



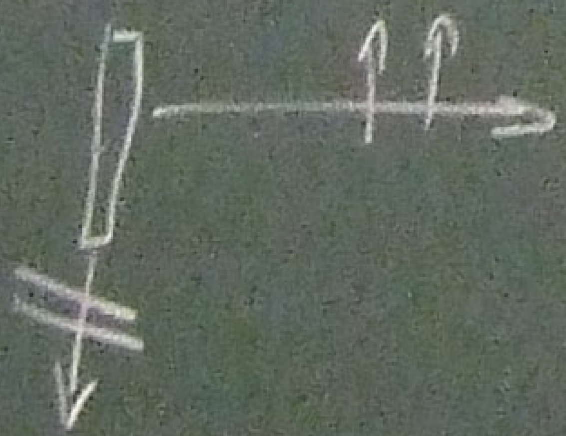
Erzeugung elektromagnetischer Wellen

Hertz'scher Dipol:

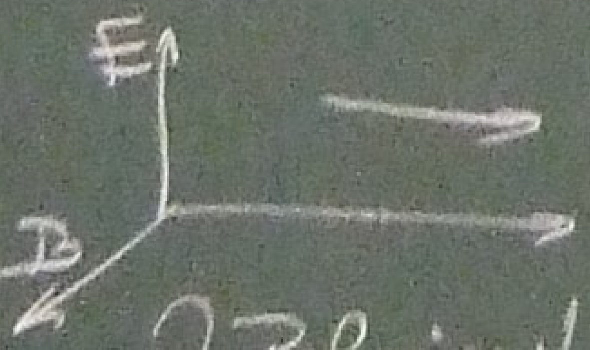




1. Dipolcharakteristik:



2. Polarisation

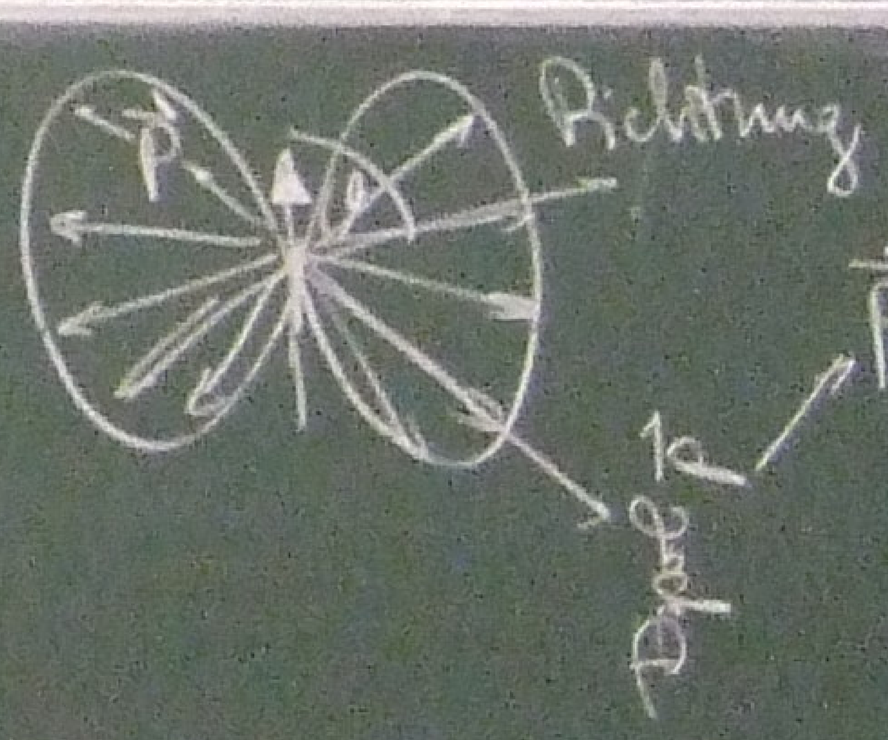


90° kippen:

↻ 2. Lösung

$\uparrow \vec E$

2 Polarisationsrichtungen $\vec E \parallel \vec e$ Orientierung des Dipols



Energiedichte einer el-mag. Welle

$$\frac{W}{V} = w = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \varepsilon_0 E^2$$

$$B^2 = \varepsilon_0 \mu_0 E^2$$

Energiestromdichte = $\frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}}$ = Intensität

($j = \rho \cdot v$)

$$S = w \cdot c = \varepsilon_0 E^2 c$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$ Poyntingvektor

zeigt in Ausbreitungsrichtung

Frequenzbereich

Frequenz ←

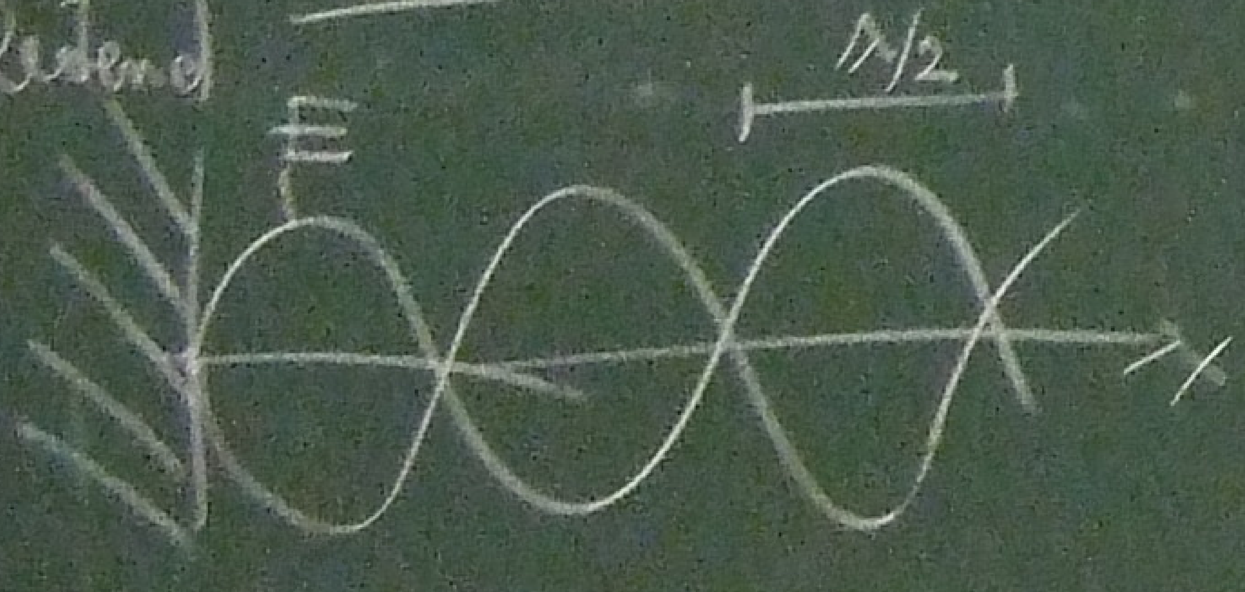
THz GHz

γ-Strahlen	Röntgenstrahlen	UV	Sichtbares Licht	Infrarot	Mikrowellen	Rundfunk/Fernsehen

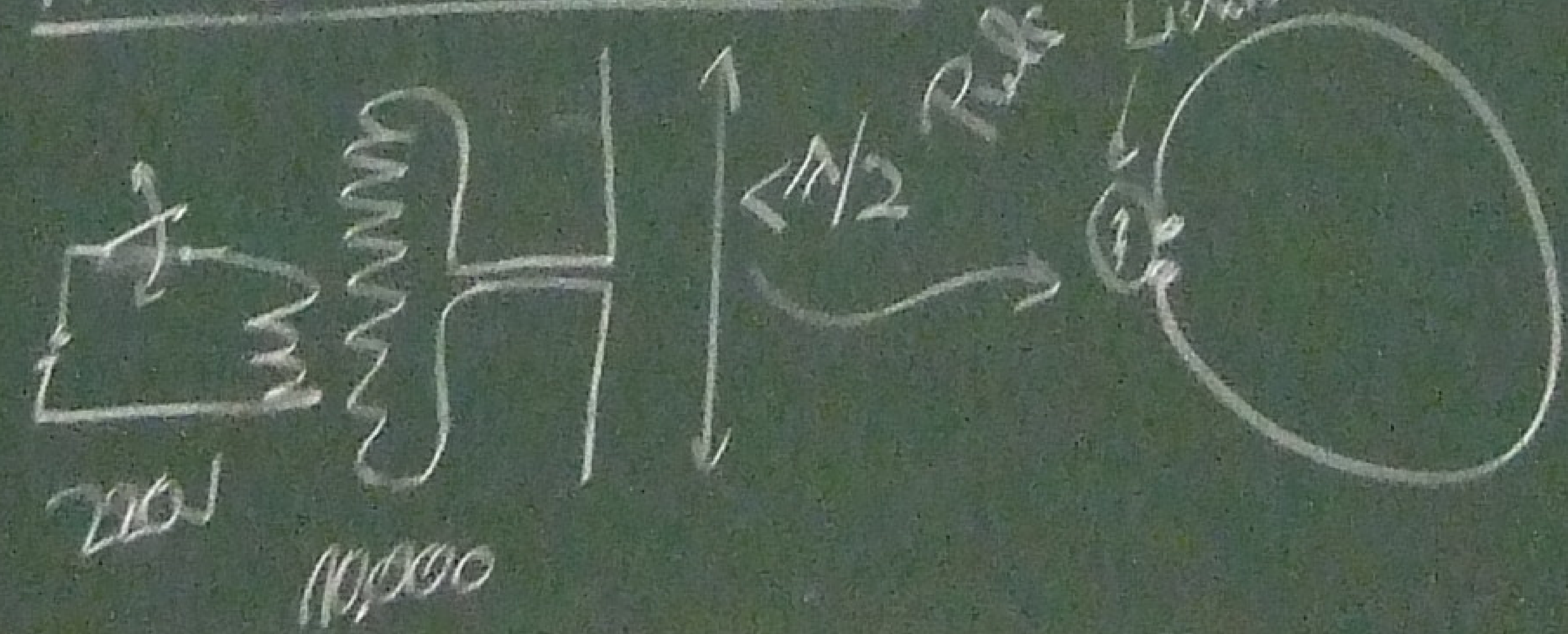
→ Wellenlänge λ

1μm 1mm 1m

Stehende Welle



Historische Methoden



Kohärer