Lösungsskizzen Übungsblatt 6

1a) Energiediagramm

——— $E_2 = 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\,J = 2eV$

——— $E_1 = 0$

Wahrsch. Energie E_2 zu finden:

$$P_2 = \frac{e^{-E_2/kT}}{\sum_{i=1}^{2} e^{-E_i/kT}} \underset{E_1=0}{=} \frac{e^{-E_2/kT}}{1 + e^{-E_2/kT}}$$

$$= \frac{1}{1 + e^{E_2/kT}}$$

P_2	T/K
$2.8 \cdot 10^{-34}$	300
$4.4 \cdot 10^{-4}$	3000
0.32	30 000
0.48	300 000

Aufgabe b)

	T/K
0.13	300
0.45	3000
0.495	30 000
0.4995	300 000

2a)
$$P = \int_{v_0}^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-mv^2/kT} dv$$

Subst.

$u = v \cdot \sqrt{m/(2kT)}$; $u_0 = 12.6$ für $v = 11 \frac{km}{s}$.

N_2: $m = \frac{28\,g}{N_A}$

$$\leadsto P = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{u_0}^{\infty} u^2 e^{-u^2} du = 1.6 \cdot 10^{-68}$$

Numerischer Taschenrechner (TI-83)

$\leadsto$ nur ein kleiner Bruchteil der N_2 Moleküle befinden sich in einem Zustand, der ihnen erlaubt, ins All „abzudampfen".

b) Für Wasserstoff $u_0 = 11 \frac{km}{s} \cdot \sqrt{\frac{2g/mol}{2 N_A kT}}$
$= 3.38$

$$P = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{u_0}^{\infty} u^2 e^{-u^2} du \approx 4.3 \cdot 10^{-5}$$

Ein signifikanter Teil kann die Erde verlassen.

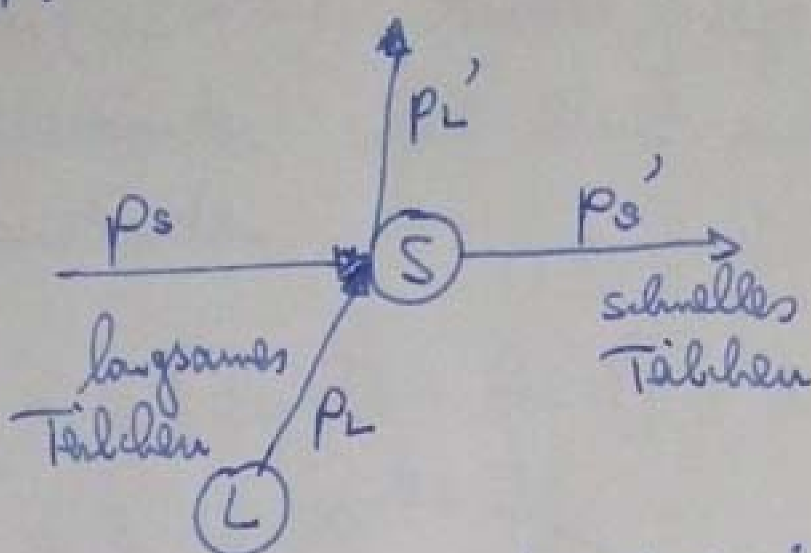
c) Auf dem Mond:

N_2: $u_0 = 2.76 \leadsto P = 1.63 \cdot 10^{-3}$

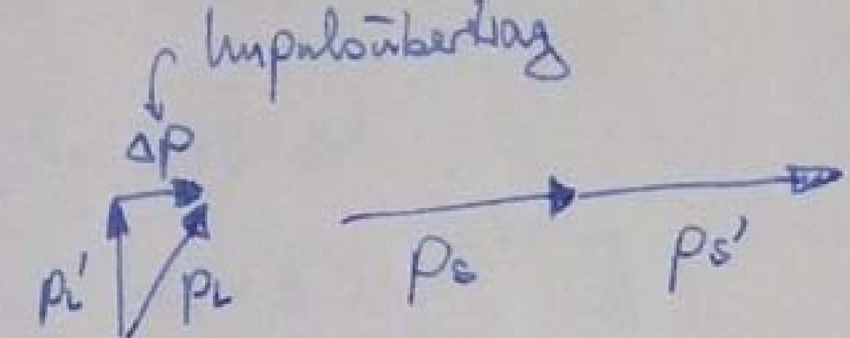
H_2: $u_0 = 0.738 \leadsto P = 0.78$

$\leadsto$ Der Mond wird die Gase recht schnell verlieren.

3) Betrachten Sie ein langsames Teilchen ^{L}, welches durch glückliches Timing die Rückseite eines schnelleren Teilchens ^{S} so erwischt, daß es dabei Impuls & Energie abgibt:



Impulsvektoren:



Energieerhaltung: $|p_L| < |p_S|$
$|p_L'| < |p_L|$

Analog: Beschleunigung von Satelliten durch nur anziehende Wechselwirkung von bewegenden, langsamen Planeten.

4) a) Ein Gigabyte Zustände werden zu einem makroskopisch ununterscheidbaren Zustand. Die Information, zwischen den Mikrozuständen zu unterscheiden (Ω = 1 Gigabyte) ging verloren ($\Omega = 1$). Anders gesagt: Aus 1 Gigabyte Makrozuständen wird einer mit 1 Gigabyte Mikrozuständen. (minimal)

$$\Delta S = k \left[\ln \Omega - \ln 1 \right] = k \ln \Omega$$

$$= \cancel{\ldots}\ J/K$$

$$8.2 \cdot 10^{-14}\ J/K$$

$$\Omega = \cancel{\ldots} \; 2^{(8 \cdot 1024^3)}$$

Zahl der Speicherstellen

b) $\Delta S = \frac{\Delta Q}{293K}$

Aufheizen von z.B. 1g Wasser ($C_V = 4.2 \frac{J}{K}$) um $\Delta Q = C_V \cdot \Delta T$

$\leadsto \Delta T = \frac{\Delta Q}{C_V} = 5.8 \cdot 10^{-12}\ K$

$\leadsto$ nicht signifikant.

Möglichkeiten, den Speicher anzuordnen:

$$\Omega = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots\cdots}_{\text{Zahl der Speicherstellen}} = 2^{\text{Zahl der Speicherstellen}}$$

5)

$$S = -k \sum_s P(s) \cdot \ln P(s)$$

$$\underset{P = 1/\Omega}{=} -k \sum_s \frac{\ln 1/\Omega}{\Omega} = k \sum_s \frac{\ln \Omega}{\Omega}$$

$$= k \ln \Omega \underbrace{\sum_s \frac{1}{\Omega}}_{= \sum_s P(s) = 1} = k \ln \Omega .$$

$= \sum_s P(s) = 1$ wegen der Normierung der Wahrscheinlichkeit