

# Übungsblatt 7

## E2/E2p Elektromagnetismus

### Besprechung ab Do 19.6. (Vorlesung 1-3)

#### 1. Coulombgesetz (einfach)

Ein Elektron wird durch ein über ihm befindliches Proton gegen das Gravitationsfeld der Erde in der Schwebelage gehalten. Unter der völlig unrealistischen Annahme, daß keine anderen geladenen Teilchen in der Nähe sind: wie groß ist der Abstand zwischen Elektron und Proton?

#### 2. Elektrisches Feld (mittel)

Eine Punktladung  $Q$  befindet sich im Mittelpunkt eines Würfels mit Kantenlänge  $a$ . Welcher Wert hat das über eine Würfelwand erstreckte Integral  $\int \vec{E} \cdot d\vec{A}$  ?

#### 3. Feld einer geladenen Kugel (mittel, Aufteilung für 2 Studenten a-c und d,e)

(a) Leiten Sie aus dem Gaußschen Satz das elektrische Feld einer im inneren homogen geladenen Kugel mit Ladungsdichte  $\rho$  mit Radius  $a$  ab. Betrachten Sie  $r < a$  und  $r > a$  und skizzieren Sie  $E(r)$ .

(b) Wie groß ist das elektrische Feld auf der Oberfläche der Kugel für den Fall, daß Elementarladungen mit einer Gitterkonstante von  $0.5 \text{ nm}$  in einem kubischen Gitter angeordnet sind und die Kugel einen Radius von  $a = 1 \mu\text{m}$  hat?

(c) Vergleichen Sie das Feld für  $r > a$  mit dem eines Coulombfeldes einer Punktladung.

(d) Hätte man das elektrische Feld nicht einfacher aus der Poisson-Gleichung  $\Delta\varphi = -\rho/\epsilon_0$  erhalten? Rechnen Sie am besten in Kugelkoordinaten, in denen für die radiale Abhängigkeit gilt:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \varphi$$

Überprüfen Sie das Ergebnis mit der Relation  $E_r = -\nabla_r \varphi = -\partial\varphi/\partial r$ .

(e) Nehmen Sie an, die Ladungen sind beweglich und werden an die Oberfläche der Kugel getrieben. Zeigen Sie, daß im oberen Fall die Relation an der Oberfläche der Kugel  $E = \sigma/\epsilon_0$  mit  $\sigma$  der Oberflächenladungsdichte gilt. Setzen Sie die Werte für die Parameter aus (a) ein.

#### 4. Feld eines geladenen Drahtes (mittel).

(a) Berechnen Sie mit dem Gauß'schen Satz das elektrische Feld innerhalb und außerhalb eines unendlich ausgedehnten, geladenen Drahtes mit einem Radius  $a$  und einer Ladungsdichte  $\rho$ . Tip: Betrachten Sie einfach einen Ausschnitt des Drahtes mit Länge  $l$  - dieser Parameter wird am Ende aus der Rechnung wieder herausfallen. Skizzieren Sie  $E(r)$ .

(b) Sie können das elektrische Potential wieder aus der Poisson-Gleichung herleiten, nun jedoch mit dem Laplace-Operator in Zylinderkoordinaten:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \varphi$$

Überprüfen Sie das Ergebnis wie in Aufgabe 3 mit der Relation  $E_r = -\nabla_r \varphi = -\partial\varphi/\partial r$  für  $r < a$ . [Für Interessierte: Wenn Sie die Lösung für  $r > a$  damit überprüfen, ergibt sich ein kleiner Widerspruch. Woran könnte das liegen?]

#### 5. Rotationsfreiheit des E-Feldes (mittel)

Zeigen Sie, warum  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$  folgt aus  $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$  mit  $\vec{E}$  dem elektrischen Feld und  $\varphi$  sein Potential? Sie werden dazu benötigen, daß  $\text{rot grad}\varphi = 0$ . Können Sie das zeigen? Sie werden dazu brauchen

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \varphi = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \varphi$$

6. Ladung auf Plattenkondensator (mittel)

Ein Plattenkondensator (Querschnittsfläche  $A$ , Plattenabstand  $d$ ) ist über einen Schalter an eine Spannungsquelle angeschlossen. Die beiden Platten werden nun um ein Stück  $\Delta x$  weiter auseinandergezogen. Wie ändern sich die Spannung  $U$ , die Ladung  $Q$ , die Kapazität  $C$  und die im Kondensator gespeicherte Energie  $W$ , wenn der Schalter während des Auseinanderziehens

(a) offen bzw.

(b) geschlossen ist?

7. Feld innerhalb eines halbkreisförmigen Leiters (knifflig)

Eine Ladung  $Q$  ist gleichmäßig verteilt über einen genügend dünnen ringförmigen Draht mit halbkreisförmiger Form (Radius  $a$ ). Der Draht liegt in der  $x$ - $y$ -Ebene, sein Mittelpunkt im Koordinatenursprung. Welche elektrische Feldstärke herrscht im Mittelpunkt des Halbkreises?